الدوال ذات المتغيرين أو اكثر

الدالة :- هي علاقة بين مجموعتين تحقق الشرط التالية

اولاً :- لكل عنصر في المجموعة الاولى له صورة في المجموعة الثانية

ثانيا :- لكل عنصرين صورة واحدة في المجموعة الثاني . لايجوز ان يكون لعنصر واحد صورتين في المجموعة الثانية .

وبنفس الطريقة نعرف دالة ذات متغيرين مستقلين في الشكل $Z=f(x,y)$ $\exists\, Z\in R \;\; s.t \;\; \forall x,y \in R^*R$ وهكذا يمكن تعريف الدالة ذات n من المتغيرات المستقلة بنفس الشكل اي ان $Z=f(x_1,x_2,x_3,.,.,.,.,.,.,x_n) \;\; s.t \;\; \exists Z\in R \;\; \forall(x_1,x_2,x_3,.,.,.,.,.,.,x_n) \in R$

المجال :- هو كل القيم التي يمكن اخذها ماعدا القيم التي تجعل المقام يساوي صفر حسب العلاقة $Df=\{(x,y),(x,y)\in R^*R$

المجال القابل :- هو كل القيم التي نتجت من القيم التي تم اخذها في المجال أو المنطلق حسب العلاقة $Rf=\{Z:Z\in R:Z=f(x,y)\}$

مثال :-جد المجال والمجال المقابل للدالة التالية $f(x)=x^2$

الحل

$Df=R$

$Rf=\{0,1,4,9,16,25,36,49,.,.,.,.,.,.,.\}$

.

الدالة الجبرية

هي الدالة التي يمكن الحصول عليها باجراء عدد محدد من عمليات الجمع والضرب والقسمة والرفع لاي اس والضرب في ثابت او الاضافة الى ثابت بالنسبة للمتغيرين (x,y) <

مثال :- ①$z=\frac{x^2+y^2}{x-y}$ ②$z=\frac{\sqrt{x}-2x+y}{3x^2-1}$

انواع الدوال الجبرية

اولا :- دالة متعددة الحدود ((كثيرة الحدود))

مثال :- $F(x)=y^2+y+2$

ثانياً :- الدالة الكسرية

مثال :- $f(x)=\frac{x^2+y^2}{x-y}$

ثالثا :- الدالة الجذرية

مثال :- $f(x)\ \frac{\sqrt{x}-2x+y}{\sqrt{3x^2-1}}$

قواعد عامة

اولا :- كل متعددة حدود اوسع مجال لها هو R

مثال :- $Z=3+x+2y$

الحل

$Df=R*R$ $Rf=R$

ثانيا :-كل دالة قياسية كسرية اوسع مجال لها هو $R*R-\{0\}$ وماعدا القيم التي تجل المقام يساوي صفر

مثال :- $Z=\frac{X-2x+y}{3x^2-1}$

الحل

$Df=\{R*R/\{(x,y);3X^2-1=0\}$

ثالثاً:-كل دالة جذرية يكون مجالها هو R*R ماعدا القيم التي تجعل تحت الجذر سالب .

مثال :- $Z=\sqrt{X+2Y+3}$

الحل

$Df=\{(x,y);\ X+2Y+3\geq 0\}$

العمليات على الدوال

اولاً:- الجمع والطرح $(f\mp g)(x,y)=f(x,y)\mp g(x,y)$

ثانيا :- الضرب $(f.g)(x,y)=f(x,y).g(x,y)$

ثالثا :- القسمة $(f/g)(x,y)=f(x,y)\ /\ g(x,y)$ ، $g(x,y)\neq 0$

مثال:- لتكن $g(x,y)=xy-3x^2$ $f(x,y)=x^3+y^3+y$ جد ما يأتي ⑤Df/g ④ Df+g ③f/g ②f-g ①f+g

الحل

①$(f+g)(x,y)=x^3+y^3+y+xy-3x^2$

②$(f-g)(x,y)=x^3+y^3+y-xy+3x^2$

③$(f/g)(x,y)=x^3+y^3+y/xy-3x^2$

④$Df+g(x,y)=R*R\cap R*R=R*R$

ملاحظة

$Df+g=Df\cap Dg$

$Df/Dg=Df\cap Dg\ -\{Dg\neq 0\}$

⑤$Df/g_{(x,y)}=\{R^*R/xy-3x^2\neq 0\}$

H.W لتكن $f(x,y,z)=x^2+y^2-z$, $g(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2+9}$

جد ما يأتي ⑤Df/g ④Df-g ③f+g ②f/g ①f-g

الحل

①$(f-g)(x,y.z)=[x^2+y^2+z]-[\sqrt{x^2+y^2+z^2+9}]=x^2+y^2+z-\sqrt{x^2+y^2+z^2+9}$

②$f/g(x,y,z)= x^2+y^2+z/\sqrt{x^2+y^2+z^2+9}$

③$f+g(x,y,z)= x^2+y^2+z+\sqrt{x^2+y^2+z^2+9}$

④$Df-g(x,y,z)=R^*R^*R\cap R^*R^*R=R^*R^*R$

⑤$Df\backslash g(x,y,z)=\{R^*R^*R/\sqrt{x^2+y^2+z^2+9}\neq 0\}$